

УДК 621.3.085.42

**КОДОВЫЕ ШКАЛЫ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ УГЛОВЫХ
ПЕРЕМЕЩЕНИЙ**

А.А. Ожиганов, П.А. Прибыткин

Рассматривается метод построения однопорожечных кодовых шкал на основе нелинейных двоичных последовательностей для преобразователей угловых перемещений. Приводится пример построения шкалы с использованием предлагаемого метода.

Ключевые слова: М-последовательность, нелинейная последовательность, кодовая шкала, считывающие элементы.

Введение

В работах [1–4] предложены кодовые шкалы (КШ) для преобразователей угловых перемещений, названные псевдослучайными кодовыми шкалами (ПСКШ) и строящиеся на основе использования теории псевдослучайных двоичных последовательностей максимальной длины (М-последовательностей). ПСКШ имеют всего одну информационную кодовую дорожку, выполненную в соответствии с символами М-последовательности $a_0a_1\dots a_{M-1}$, и n считывающих элементов (СЭ), размещенных вдоль дорожки. Считывающие элементы дают возможность получить при полном обороте шкалы $M = 2^n - 1$ различных n -

разрядных кодовых комбинаций и обеспечивают разрешающую способность преобразователя угловых перемещений на основе ПСКШ $\delta = 360^\circ / M$.

Как следует из метода построения ПСКШ, ее разрешающая способность определяется длиной М-последовательности $M = 2^n - 1$. Очевидно, что при любой разрядности шкалы теряется одна (нулевая) кодовая комбинация. Однако при построении некоторых технических систем с использованием преобразователей угловых перемещений необходимо обеспечить разрешающую способность последних, кратную 2^n . Ниже предлагается метод построения КШ на основе нелинейных двоичных последовательностей, обеспечивающий разрешающую способность шкалы $\delta = 360^\circ / 2^n$.

Теоретические основы метода

Нелинейная последовательность – это последовательность двоичных символов $\{a_j\}$ длины $B=2^n$, удовлетворяющих рекурсивному соотношению [5]

$$a_{n+j} = \bigoplus_{i=0}^{n-1} a_{i+j} h_i \oplus \prod_{i=1}^{n-1} \bar{a}_{i+j}, \quad j = 0, 1, \dots, B - n - 1, \quad (1)$$

где знак \oplus означает суммирование по модулю два, а индексы при символах последовательности берутся по модулю B . Начальные значения символов $a_0 a_1 \dots a_{n-1}$ последовательности выбираются произвольно.

В (1) h_i – коэффициенты, зависящие от вида примитивного полинома степени n с коэффициентами поля Галуа $GF(2)$ [6], т. е.

$$h(x) = \sum_{i=0}^n h_i x^i, \quad (2)$$

где $h_0 = h_n = 1$, а $h_i = 0, 1$ при $0 < i < n$,

$$\prod_{i=1}^{n-1} \bar{a}_{i+j} = \begin{cases} 1, & \text{если все } \bar{a}_{i+j} = 1, \\ 0 & \text{– в других случаях.} \end{cases} \quad (3)$$

Первое слагаемое в (1) определяет правило образования линейной по отношению к оператору суммирования по модулю 2 М-последовательности, а второе слагаемое указывает на операцию умножения значений $n-1$ кодовых символов. Это приводит к тому, что полученная последовательность символов становится нелинейной и в ней появляется комбинация, содержащая n последовательных нулей. Таким образом, нелинейная последовательность может быть получена из М-последовательности, если к ней в месте расположения $n-1$ нулей добавить 0.

Метод построения кодовых шкал на основе нелинейных двоичных последовательностей

Сформулируем метод построения n -разрядной одноканальной КШ на основе нелинейной последовательности. В дальнейшем изложении будем называть такие шкалы нелинейными кодовыми шкалами (НКШ).

1. В зависимости от требуемой разрядности шкалы n выбирается полином $h(x)$ степени n [6].
2. Используя рекурсивное соотношение (1), генерируется последовательность $\{a_j\}$.
3. Элементарные участки (кванты) шкалы δ выполняются в соответствии с символами нелинейной последовательности $\{a_j\}$, где символам 1 последовательности соответствуют активные, а символам 0 – пассивные участки информационной дорожки. Для определенности символы последовательности отображаются на информационной дорожке по направлению движения часовой стрелки в порядке $a_0 a_1 \dots a_{B-1}$.
4. Осуществляется размещение на шкале n считывающих элементов с шагом, равным одному кванту, т.е. в соответствии с полиномом размещения

$$r(x) = \sum_{m=0}^{n-1} x^m. \quad (4)$$

Единственность такого размещения объясняется нелинейными свойствами рассматриваемой последовательности.

Покажем, что круговые одноканальные НКШ позволяют строить на своей основе преобразователи перемещения, использующие метод параллельного считывания. Для этого сформулируем следующие утверждения.

Утверждение 1. НКШ позволяют получить ровно B различных n -разрядных кодовых комбинаций, соответствующих последовательности из B квантов перемещения.

Доказательство. Рассмотрим фрагмент нелинейной последовательности из n последовательных символов. Он соответствует некоторой кодовой комбинации $a_j a_{j+1} \dots a_{j+n-1}$, воспроизводимой с информационной дорожки НКШ считывающим узлом из n элементов. Считывающие элементы на НКШ расположены

с шагом в один квант, положение кодированного элемента – произвольное. После перемещения шкалы на k квантов ($k < B$) с информационной дорожки шкалы считывающим узлом будет воспроизводиться n -разрядная кодовая комбинация $a_{j+k}a_{j+k+1} \dots a_{j+k+n-1}$. Условие равенства этих кодовых комбинаций, т.е.

$$a_j a_{j+1} \dots a_{j+n-1} = a_{j+k} a_{j+k+1} \dots a_{j+k+n-1} \tag{5}$$

означает, что период нелинейной последовательности равняется k . Это противоречит свойству нелинейной последовательности (полученной, в свою очередь, из М-последовательности), по которому ее период $B = 2^n$ [5]. Следовательно, эти кодовые комбинации должны быть различны. Так как число символов нелинейной последовательности равно B , то каждому перемещению НКШ на один квант соответствует своя n -разрядная кодовая комбинация, и их будет равно B , что и требовалось доказать.

Утверждение 2. Разрешающая способность однопорочечной НКШ определяется соотношением

$$\delta = \frac{360^\circ}{B} \tag{6}$$

Доказательство. Доказательство очевидно, так как НКШ имеют кодовую дорожку с числом квантов $B = 2^n$ и позволяют получить при полном обороте шкалы B различных n -разрядных кодовых комбинаций.

Пример построения кодовой шкалы

Продемонстрируем метод построения круговой однопорочечной НКШ примером (см. рисунок), для простоты ограничившись четырьмя разрядами преобразования.

Информационная дорожка шкалы выполнена в соответствии с символами нелинейной последовательности $\{a_j\} = a_0 a_1 \dots a_{15} = 0000100110101111$ длины $B = 2^n = 2^4 = 16$, для построения которой использован примитивный полином $h(x) = x^4 + x + 1$, а символы a_{4+j} последовательности a при начальных значениях $a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 0$ удовлетворяют рекурсивному соотношению $a_{4+j} = a_{1+j} \oplus a_j \oplus a_{1+j} a_{2+j} a_{3+j}$, $j = 0, 1, \dots, 11$. В примере размещение четырех СЭ вдоль кодовой дорожки определяется полиномом $r(x) = 1 + x + x^2 + x^3$.

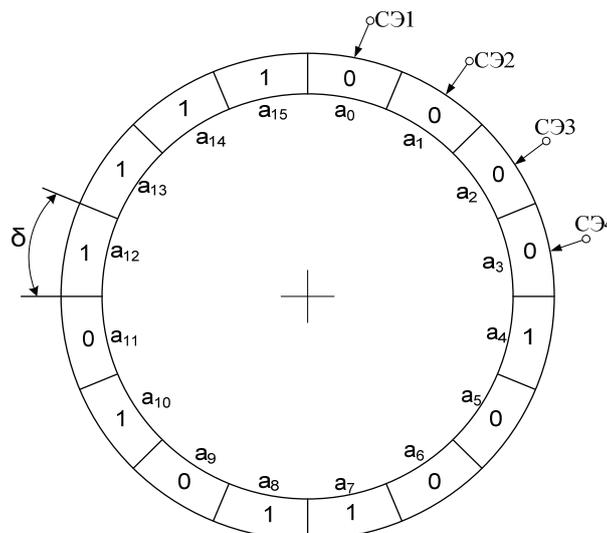


Рисунок. Четырехразрядная НКШ с размещением СЭ в соответствии с полиномом $r(x) = 1 + x + x^2 + x^3$

Фиксируя считывающими элементами СЭ₁, СЭ₂, СЭ₃ и СЭ₄ последовательно кодовую комбинацию при перемещении шкалы циклически на один элементарный участок, например, против направления движения часовой стрелки, получаем шестнадцать различных четырехразрядных кодовых комбинаций: 0000, 0001, 0010, 0100, 1001, 0011, 0110, 1101, 1010, 0101, 1011, 0111, 1111, 1110, 1100, 1000.

Заключение

Рассмотренный в данной работе метод построения кодовых шкал на основе нелинейных двоичных последовательностей может быть положен в основу построения преобразователей угловых перемещений, работающих по методу считывания. При этом предлагаемые НКШ имеют всего одну информационную кодовую дорожку и разрешающую способность, равную классическим КШ, маска которых выполнена в обыкновенном двоичном коде или в коде Грея. Следует также отметить, что предложенный метод полностью инвариантен к разрядности преобразователя.

Литература

1. Ожиганов А.А. Псевдослучайные кодовые шкалы // Изв. вузов. Приборостроение. – 1987. – Т. 30. – № 2. – С. 40–43.
2. Ожиганов А.А. Алгоритм размещения считывающих элементов на псевдослучайной кодовой шкале // Изв. вузов. Приборостроение. – 1994. – Т. 37. – № 2. – С. 22–27.
3. Ожиганов А.А., Тарасюк М.В. Размещение на псевдослучайной кодовой шкале считывающих элементов с постоянным шагом // Изв. вузов. Приборостроение. – 1994. – Т. 37. – № 11–2.
4. Ожиганов А.А., Тарасюк М.В., Медунецкий В.М. Преобразователи угла на основе композиции из псевдослучайных кодовых шкал // Изв. вузов. Приборостроение. – 1995. – Т. 38. – № 5–6. – С. 20–23.
5. Агульник А.Р., Мусаелян С.С. Построение нелинейных двоичных последовательностей // Радиоэлектроника. – 1983. – № 4. – С.19–28.
6. Макуильямс Ф.Д., Слоан Н.Д. Псевдослучайные последовательности и таблицы // ТИИЭР. – 1976. – Т. 64. – № 12. – С. 80–95.

Ожиганов Александр Аркадьевич – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, ojiganov@mail.ifmo.ru

Прибыткин Павел Александрович – ОАО «Авангард», начальник сектора, pavel.pribitkin@gmail.com