УДК 62-50

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ[6]

С.В. Гусев

Рассматривается проблема управления движением робота-манипулятора в условиях неопределенности относительно его динамических характеристик и при наличии недоступных измерению возмущений. Предложен линейный регулятор для стабилизации программных движений робота-манипулятора, действующий в дискретном времени. Показано, что при уменьшении интервала дискретизации регулятор может обеспечить стабилизацию программного движения с любой наперед заданной точностью.

Ключевые слова: робот-манипулятор, робастное управление, линейный регулятор, дискретное время.

Введение

Существует несколько подходов к решению проблемы управления движением робота-манипулятора в условиях неопределенности: адаптивное управление [1–6], робастное управление [7–9], управление с помощью скользящих режимов [10, 11], управление с помощью нейронных сетей [12, 13]. При этом большинство публикаций посвящено управлению в непрерывном времени. В то же время как измерения, так и управление в современных роботах осуществляются с помощью цифровых устройств, действующих в дискретном времени. По этой причине построение регуляторов в дискретном времени представляет очевидный практический интерес.

Существенно меньше публикаций касается управления роботом-манипулятором в дискретном времени [1, 14–17]. В этих работах строятся нелинейные регуляторы. Цель данной работы – предложить линейный робастный регулятор, действующий в дискретном времени и использующий минимум информации о динамике робота.

Постановка задачи

Динамика манипулятора описывается уравнениями Лагранжа

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{b}(\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q}) = \mathbf{u} + \mathbf{w}(t), \tag{1}$$

где $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^n$ – вектор обобщенных координат; $\dot{\mathbf{q}}$ и $\ddot{\mathbf{q}}$ – его первая и вторая производные; $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^n$ – вектор обобщенных моментов, развиваемых соответствующими приводами; $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^n$ – возмущение; симметричная матрица $\mathbf{A}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{n\times n}$ – матрица кинетической энергии; $\mathbf{b}(\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^n$. Относительно возмущения $\mathbf{w}(t)$ предполагается только, что оно ограничено:

$$|\,\mathbf{w}(t)\,| \le C\,.$$

В частности, $\mathbf{w}(t)$ может включать разрывные силы трения. Предположим, что матрица кинетической энергии $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ при всех $\mathbf{q}$ удовлетворяет неравенствам

$$\alpha\mathbf{I} \le \mathbf{A}(\mathbf{q}) \le a\mathbf{I}\,, \tag{2}$$

где $\alpha, a > 0$; $\mathbf{I}$ – единичная матрица размера $n \times n$. Неравенства (2) понимаются как неравенства для квадратичных форм. При построении регулятора будет использована только константа α, знание величин a и C не требуется.

Предполагается, что задано программное движение $\mathbf{p}(t) \in \mathbf{R}^n$, которое имеет непрерывные и ограниченные первую и вторую производные. Целью управления является отслеживание программного движения с заданной точностью.

Особенностью данной работы является то, что управление и измерения происходят в дискретном времени. Пусть задано некоторое $\delta > 0$, определяющее интервал дискретизации времени. Предполагается, что в дискретные моменты $t_k = k\delta,\ k = 0,1,2,\ldots,$ измеряются обобщенные координаты $\mathbf{q}_k = \mathbf{q}(t_k)$ и скорости $\dot{\mathbf{q}}_k = \dot{\mathbf{q}}(t_k)$. Вычисление управления $\mathbf{u}(t)$, используемого на интервале $[t_k, t_{k+1}) = [k\delta, (k+1)\delta)$, также осуществляется в моменты t_k. Управление имеет следующий вид:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{cases} \mathbf{u}_k^1, \text{ где } t \in [k\delta, k\delta + \delta/2), \\ \mathbf{u}_k^2, \text{ где } t \in [k\delta + \delta/2, (k+1)\delta). \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{u}_k^1$ – управление на первой половине, а $\mathbf{u}_k^2$ – управление на второй половине интервала $[t_k, t_{k+1})$.

[6] Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы» (государственный контракт № 11.519.11.4007).

Рассмотрим векторы $\mathbf{X}_k = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t_k) \\ \mathbf{q}(t_k) \end{pmatrix}$, $\mathbf{Z}_k = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{p}}(t_k) \\ \mathbf{p}(t_k) \end{pmatrix}$, $k = 0,1,2,\ldots,$ определяющие значения реального и программного фазового вектора системы в момент t_k. Роль нового управления в системе, функционирующей в дискретном времени, будет играть вектор $\mathbf{U}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_k^1 \\ \mathbf{u}_k^2 \end{pmatrix}$. При построении стабилизирующего управления рассмотрим два случая: управление при отсутствии и при наличии начального рассогласования между программным и реальным движением.

Управление при отсутствии начального рассогласования

Закон управления определим соотношением

$$\mathbf{U}_k = \gamma\mathbf{G}(\delta)(\mathbf{X}_k - \mathbf{Z}_k), \tag{4}$$

где $\gamma > 0$, $\mathbf{G}(\delta) = \begin{pmatrix} -3\delta^{-1}\mathbf{I} & -4\delta^{-2}\mathbf{I} \\ \delta^{-1}\mathbf{I} & 4\delta^{-2}\mathbf{I} \end{pmatrix}$ – матрица размера $2n \times 2n$.

Теорема 1. *Пусть*

$$\gamma < 2\alpha. \tag{5}$$

Найдутся такие константы $\Delta > 0$ *и* $K > 0$, *что для любого начального состояния* $\mathbf{X}_0$ *и для всех* $\delta \le \Delta$ *неравенства*

$$|\mathbf{q}(t) - \mathbf{p}(t)| \le K\delta^2, \quad |\dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{p}}(t)| \le K\delta, \quad |\mathbf{u}(t)| \le K,$$

выполнены на решениях замкнутой системы управления (1), (3), (4) *при всех* $t \ge 0$, *при условии*, *что реальное состояние совпадает с программным в начальный момент*, *т.е.*

$$\mathbf{X}_0 = \mathbf{Z}_0. \tag{6}$$

В принципе условие (6) не является ограничительным, так как всегда можно построить удовлетворяющее ему программное движение. Однако обычно программное движение задано заранее, и средства для его изменения не предусмотрены в системе управления. Исходя из этого, представляет интерес построить управление, обеспечивающее стабилизацию программного движения без предположения (6).

Управление при наличии начального рассогласования

Пусть вектор $\mathbf{r}(t) \in \mathbf{R}^n$ есть решение устойчивого линейного дифференциального уравнения

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) + d_1\dot{\mathbf{r}}(t) + d_0\mathbf{r}(t) = 0 \tag{7}$$

с начальными данными

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{q}(0) - \mathbf{p}(0), \dot{\mathbf{r}}(0) = \dot{\mathbf{q}}(0) - \dot{\mathbf{p}}(0). \tag{8}$$

Вектор $\mathbf{r}(t)$ представляет собой желаемую невязку между реальным и программным движением в переходном процессе. В силу устойчивости уравнения (7) $\mathbf{r}(t) \to 0$ при $t \to \infty$.

Пусть $\mathbf{Y}_k = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}}(t_k) \\ \mathbf{r}(t_k) \end{pmatrix}$. Из (7) следует, что

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{T}\mathbf{Y}_{k-1}, k = 1,2,\ldots, \tag{9}$$

где $\mathbf{T} = \exp\left(\delta\begin{pmatrix} -d_1\mathbf{I} & -d_0\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0 \end{pmatrix}\right)$. Начальное условие (8) принимает вид

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{X}_0 - \mathbf{Z}_0. \tag{10}$$

Определим закон управления соотношением

$$\mathbf{U}_k = \gamma\mathbf{G}(\delta)(\mathbf{X}_k - \mathbf{Z}_k - \mathbf{Y}_k), k = 0,1,2,\ldots, \tag{11}$$

где векторы $\mathbf{Y}_k$ вычисляются рекуррентно в силу (9), (10).

Теорема 2. *Пусть выполнено неравенство* (5). *Найдутся такие константы* $\Delta > 0$ *и* $K > 0$, *что для любого начального состояния* $\mathbf{X}_0$ *и для всех* $\delta \le \Delta$ *неравенства*

$$|\mathbf{q}(t) - \mathbf{p}(t) - \mathbf{r}(t)| \le K\delta^2, |\dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{p}}(t) - \dot{\mathbf{r}}(t)| \le K\delta, |\mathbf{u}(t)| \le K,$$

выполнены на решениях замкнутой системы управления (1), (3), (9)–(11) *при всех* $t \ge 0$.

Меняя коэффициенты d_0, d_1 уравнения (7), можно задавать желаемый (например, неколебательный) характер переходного процесса в замкнутой системе. В частности, за счет роста перерегулирования можно сделать время переходного процесса сколь угодно малым, и, наоборот, за счет увеличения времени переходного процесса можно уменьшить перерегулирование.

Заключение

Предложен регулятор для стабилизации программных движений робота-манипулятора, учитывающий специфику современных цифровых систем управления, – регулятор, действующий в дискретном времени. Регулятор является линейным, он использует дискретизованные по времени значения обобщенных координат и скоростей робота и строит кусочно-постоянное управление. Для расчета регулятора необходимо знать единственный параметр робота-манипулятора – нижнюю оценку собственных чисел матрицы кинетической энергии. Это обеспечивает робастность регулятора к изменениям параметров робота, что важно во многих практических задачах. В дальнейшем представляет интерес рассмотреть возможность построения аналогичного регулятора, использующего только измерения обобщенных координат робота.

Литература

1. Гусев С.В., Якубович В.А. Алгоритм адаптивного управления роботом-манипулятором // Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 9. – С. 101–111.
2. Craig J., Hsu P., Sastry S. Adaptive control of mechanical manipulators // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. – 1986. – V. 3. – P. 190–195.
3. Slotine J.-J.E., Li W. On the Adaptive Control of Robot Manipulators // The International Journal of Robotics Research. – 1987. – V. 6. – P. 49–59.
4. Midleton P., Goodwin G.C. Adaptive computed torque control for rigid link manipulations // System and Control Letters. – 1988. – V. 10. – P. 9–16.
5. Cheah C.C., Liu C., Slotine J.-J.E. Adaptive Tracking Control for Robots with Unknown Kinematic and Dynamic Properties // The International Journal of Robotics Research. – 2006 – V. 25. – P. 283–296.
6. Huang A.C., Chien M.C. Adaptive Control of Robot Manipulators: A Unified Regressor-Free Approach. – World Scientific. – 2010. – 262 p.
7. Gusev S.V. Linear stabilization of nonlinear system program motion // Systems and Control Letters. – 1988. – V. 11. – P. 409–412.
8. Qu Z., Dorsey J. Robust PID control for robots // International Journal of Robotics and Automation. – 1991. – V. 6. – P. 228–235.
9. Herman P., Franelak D. Robust tracking controller with constraints using generalized velocity components for manipulators // Transactions of the Institute of Measurement and Control. – 2008. – V. 30. – P. 101–113.
10. Пятницкий Е.С., Дунская Н.В. Стабилизация управляемых механических и электромеханических систем // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 12. – С. 40–51.
11. Garcнa-Rodrнguez R., Parra-Vega V. Cartesian sliding PID control schemes for tracking robots with uncertain Jacobian // Transactions of the Institute of Measurement and Control. – 2012. – V. 34. – P. 448–462.
12. Barambones O., Etxebarria V. Robust neural control for robotic manipulators // Automatica. – 2002. – V. 38. – P. 235–242.
13. Jiang Z.-H., Ishita T. A Neural Network Controller for Trajectory Control of Industrial Robot Manipulators // Journal of Computers. – 2008. – V. 3. – № 8. – P. 1–8.
14. Middleton R.H. Adaptive control for robot manipulators using discrete time identification // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1990. – V. 35. – P. 633–637.
15. Yang S.-P., Woo P.-Y., Wang R. Discrete-Time Model Reference Adaptive Controller Designs for Robotic Manipulators // Proceedings of the American Control Conference. – 1993. – P. 1145–1149.
16. Sun F.C., Sun Z.Q., Zhang R.J., Chen Y.B. Discrete-time tracking control of robotic manipulators based on dynamic inversion using dynamic neural networks // Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control. – 2000. – P. 333–338.
17. Corradinia M.L., Fossib V., Giantomassib A., Ippolitib G., Longhib S., Orlandob G. Discrete time sliding mode control of robotic manipulators: Development and experimental validation // Control Engineering Practice. – 2012. – V. 20. – P. 816–822.

Гусев Сергей Владимирович – Санкт-Петербургский государственный университет, кандидат физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник, доцент, gusev@ieee.org