

УДК 519.7

## МЕТОД БЭКСТЕППИНГА ДЛЯ СТРУКТУРНО НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

И.Б. Фуртат<sup>a,b</sup>, А.Н. Некороших<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

<sup>b</sup> Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация

Адрес для переписки: cainenash@mail.ru

### Информация о статье

Поступила в редакцию 24.11.15, принята к печати 25.12.15

doi:10.17586/2226-1494-2016-16-1-61-67

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Фуртат И.Б., Некороших А.Н. Метод бэкстеппинга для структурно неопределенных объектов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 1. С. 61–67.

### Аннотация

Предлагается робастный алгоритм управления стационарными параметрически и структурно неопределенными линейными объектами при наличии внешних ограниченных возмущений. Под структурной неопределенностью понимается неизвестность динамического порядка модели объекта управления. Разработанный алгоритм обеспечивает слежение выхода объекта за гладким ограниченным эталонным сигналом с заданной точностью и за конечное время. Предполагается, что измерению доступны только скалярные вход и выход объекта, но не их производные. Для синтеза алгоритма управления используется модифицированный алгоритм бэкстеппинга (алгоритм обратного обхода интегратора, итеративные процедуры синтеза). Синтез алгоритма управления условно разбивается на  $\rho$  шагов, где  $\rho$  – верхняя оценка относительной степени модели объекта управления. На каждом шаге синтезируется управление, которое стабилизирует каждую подсистему в модели объекта в окрестности нуля. На последнем шаге синтезируется основной закон управления, который обеспечивает слежение выходного сигнала объекта управления за гладким эталонным сигналом. Показано, что для реализации алгоритма достаточно использовать всего один фильтр состояния по сигналу управления и упрощенные законы управления, полученные с использованием реальных дифференцирующих звеньев. Это позволяет существенно упростить расчет и реализацию системы управления. Приведены численные примеры и результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие работоспособность предлагаемой схемы.

### Ключевые слова

робастное управление, параметрическая неопределенность, структурная неопределенность, линейный объект, метод бэкстеппинга, наблюдатель

### Благодарности

Алгоритм управления, рассмотренный в секции «Метод решения», выполнен в Институте проблем машиноведения Российской академии наук при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-29-00142). Другие исследования частично поддержаны грантом Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 14.Z50.31.0031) и грантом Правительства Российской Федерации (074-U01).

## BACKSTEPPING ALGORITHM FOR LINEAR SISO PLANTS UNDER STRUCTURAL UNCERTAINTIES

I.B. Furtat<sup>a,b</sup>, A.N. Nekhoroshikh<sup>a</sup>

<sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

<sup>b</sup> Institute of Problems of Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: cainenash@mail.ru

### Article info

Received 24.11.15, accepted 25.12.15

doi:10.17586/2226-1494-2016-16-1-61-67

Article in Russian

**For citation:** Furtat I.B., Nekhoroshikh A.N. Backstepping algorithm for linear SISO plants under structural uncertainties. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2016, vol. 16, no. 1, pp. 61–67.

### Abstract

The robust algorithm is proposed for parametric and structurally uncertain linear plants under external bounded disturbances. The structural uncertainty is an unknown dynamic order of the model of plants. The developed algorithm provides plant output tracking for a smooth bounded reference signal with a required accuracy at a finite time. It is assumed that only scalar

input and output of the plants are available for measurement, but not their derivatives. For the synthesis of the control algorithm we use a modified backstepping algorithm. The synthesis of control algorithm is separated into  $\rho$  steps, where  $\rho$  is an upper bound of the relative degree of control plant model. At each step we synthesize auxiliary controls that stabilize each subsystem about a zero. At the last step we synthesize a basic control law, which provides output tracking for smooth reference signal. It is shown that for the implementation of the algorithm we need to use only one filter of the control signal and the simplified control laws obtained by application of the real derivative elements. It allows simplifying significantly the calculation and implementation of the control system. Numerical examples and results of computer simulation are given, illustrating the operation of the proposed scheme.

**Keywords**

robust control, parametric uncertainty, structural uncertainty, linear SISO plant, backstepping algorithm, observer

**Acknowledgements**

The control algorithm proposed in Section “Method of solution” was developed at the Institute of Problems of Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences and supported by a grant from the Russian Science Foundation (project No. 14-29-00142). The other researches were partially financially supported by a grant of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (project No. 14.Z50.31.0031) and the Government of the Russian Federation (074-U01).

**Введение**

Проблема управления параметрически и структурно неопределенными объектами при наличии внешних возмущений была и остается одной из актуальных задач в теории управления. Например, структурная неопределенность может возникать при решении задач математической физики, когда дифференциальное уравнение в частных производных заменяется системой  $n$  уравнений в обыкновенных производных. Таким образом, число уравнений  $n$  определяет порядок объекта управления. В процессе исследования модель объекта управления может уточняться, следовательно, будет меняться и ее порядок.

На сегодняшний день предложено множество методов и подходов к построению адаптивных и робастных алгоритмов управления неопределенными объектами. Из всего множества можно выделить три классических подхода: метод расширенной ошибки, алгоритмы адаптации высокого порядка и метод бэкстеппинга (backstepping, известный также под названиями адаптивный или робастный обход интегратора, итеративные процедуры синтеза). Метод бэкстеппинга обеспечивает высокое качество переходных процессов без увеличения амплитуды управления и невысокий динамический порядок замкнутой системы [1].

Впервые метод бэкстеппинга был предложен в [1] для создания адаптивного управления нелинейными объектами по выходу. В настоящее время существует достаточное количество модификаций этого метода [2–13]. Так в [1, 4] рассмотрен адаптивный и робастный регулятор для управления линейными системами по выходу. Данные подходы основаны на особой параметризации уравнения объекта, позволяющей получить производную его выходной переменной. В робастном алгоритме в [1], в отличие от [5–8], не использовалась идентификация неизвестных параметров объекта.

Подходам [1–13], основанным на итеративных процедурах синтеза, присущи два основных недостатка, которые подробно описаны в [1], – сложность аналитических расчетов системы управления и проблемы, связанные с ее технической реализацией. Решение обеих этих проблем было предложены в [14, 15], где в системе управления реализуется всего один фильтр размерности  $n$  ( $n$  – порядок объекта управления), а для вычисления производных стабилизирующих сигналов управления используются реальные дифференцирующие звенья.

Параметризация уравнения объекта, используемая в [14, 15], не позволяет синтезировать регулятор, робастный по отношению к динамическому порядку объекта управления, поскольку данная параметризация предполагает, что порядок объекта управления известен и постоянен.

В настоящее время существуют решения по управлению объектами с неопределенным динамическим порядком модели объекта управления, например, [16, 17]. Однако полученные в [16, 17] системы управления имеют сложный аналитический расчет и большой динамический порядок алгоритма управления.

В настоящей работе предложен робастный закон управления на базе модифицированного метода бэкстеппинга. Показано, что в системе управления реализуется всего один фильтр, что позволяет значительно уменьшить динамический порядок регулятора, по сравнению с [4]. Полученный алгоритм обеспечивает требуемые динамическую точность и время переходного процесса. Алгоритм может быть использован для управления техническими системами по выходу, модель которых описывается линейным дифференциальным уравнением с неизвестными параметрами, которые принадлежат компактному множеству и подверженным внешним ограниченным возмущениям.

**Постановка задачи**

Рассмотрим линейный объект управления, динамические процессы в котором описываются дифференциальным уравнением

$$Q(p)y(t) = R(p)u(t) + f(t), \quad (1)$$

где  $y(t)$ ,  $u(t)$  и  $f(t)$  – скалярные выход, вход и возмущающее воздействие соответственно;  $|f(t)| \leq \alpha$ ,  $\alpha$  – известна;  $Q(p) = p^n + q_{n-1}p^{n-1} + \dots + q_0$ ,  $R(p) = r_m p^m + r_{m-1}p^{m-1} + \dots + r_0$  – линейные стационарные дифференциальные операторы порядков  $n$  и  $m$  соответственно;  $p = d/dt$  – оператор дифференцирования.

Пусть желаемое поведение регулируемой переменной  $y(t)$  задается эталонной моделью вида

$$Q_0(p)y_M(t) = k_M r(t), \quad (2)$$

где  $y_M(t)$  – выход эталонной модели;  $r(t)$  – кусочно-непрерывное ограниченное задающее воздействие;  $k_M > 0$  – постоянный коэффициент;  $Q_0(p)$  – известный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами.

Требуется найти такой закон управления, чтобы при любых начальных условиях все сигналы в замкнутой системе были ограниченными функциями времени и дополнительно выполнялось целевое условие

$$|y - y_M| < \delta \text{ при } t > T, \quad (3)$$

где  $T > 0$  – время переходного процесса;  $\delta > 0$  – достаточно малое число.

### Предположения

1. Коэффициенты операторов  $Q(p)$  и  $R(p)$  – неизвестные числа, принадлежащие известному компактному множеству  $\Xi$ .
2. Порядки операторов  $Q(p)$  и  $R(p)$  неизвестны.
3. Полином  $Q_0(\lambda)$  – гурвицев, где  $\lambda$  – комплексная переменная,  $\deg Q_0(p) = \rho$ , где  $\rho \geq n-m$ .
4. В системе управления недоступны для измерения производные сигналов  $y(t)$ ,  $u(t)$  и  $r(t)$ .

### Метод решения

Представим дифференциальные операторы  $Q(p)$  и  $R(p)$  в следующем виде

$$Q(p) = Q_M(p) + \Delta Q(p); R(p) = R_M(p) + \Delta R(p), \quad (4)$$

где  $Q_M(p)$ ,  $R_M(p)$  – дифференциальные операторы, выбираемые разработчиком, такие что  $Q_0(p) = Q_M(p)/R_M(p)$ ;  $\Delta Q(p)$ ,  $\Delta R(p)$  – дифференциальные операторы, дополняющие  $Q_M(p)$  и  $R_M(p)$  до  $Q(p)$  и  $R(p)$  соответственно.

Перепишем уравнение объекта управления (1) с учетом (4):

$$Q_M(p)y(t) + \Delta Q(p)y(t) = R_M(p)u(t) + \Delta R(p)u(t) + f(t). \quad (5)$$

Из (5) выразим выходную переменную  $y(t)$ :

$$y(t) = \frac{1}{Q_0(p)}u(t) + \varphi(y(t), u(t), f(t)), \quad (6)$$

где  $\varphi(y(t), u(t), f(t)) = 1/Q_M(p)(\Delta R(p)u(t) - \Delta Q(p)y(t) + f(t))$  – функция, характеризующая параметрические неопределенности объекта управления и внешнее возмущающее воздействие.

Введем фильтр состояния

$$\dot{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{A}_0 \mathbf{v}(t) + \mathbf{I}u(t), \quad (7)$$

где  $\mathbf{v}(t) = [v_1(t) \ v_2(t) \ \dots \ v_\rho(t)]^T$ ;  $\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -k_0 & & & \\ -k_1 & \mathbf{I}_{\rho-1} & & \\ \vdots & & & \\ -k_{\rho-1} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{I}_{\rho-1} \in R^{(\rho-1) \times (\rho-1)}$  – единичная матрица;

$$\mathbf{I} = [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T; Q_0(p) = p^\rho + k_0 p^{\rho-1} + \dots + k_{\rho-1}.$$

Из специального вида фильтра состояния (7) следует, что

$$Q_0(p)v_1(t) = u(t). \quad (8)$$

Вычтем из (6) сигнал  $y_M(t)$  слева и справа и перепишем с учетом (8):

$$e_1(t) = v_1(t) + \psi(y(t), u(t), f(t), y_M(t)), \quad (9)$$

где  $e_1(t) = y(t) - y_M(t)$  – ошибка слежения,  $\psi(y(t), u(t), f(t), y_M(t)) = \varphi(y(t), u(t), f(t)) - y_M(t)$ .

Продифференцируем выражение (9) по времени, учитывая (7):

$$\dot{e}_1(t) = -k_0 v_1(t) + v_2(t) + \dot{\psi}(y(t), u(t), f(t), y_M(t)). \quad (10)$$

В соответствии с методом бэкстеппинга синтез закона управления состоит из  $\rho$  шагов. На первых  $1, \dots, \rho-1$ -ых шагах формируются вспомогательные законы управления для стабилизации соответствующих подсистем. На  $\rho$ -ом шаге формируется истинный закон управления  $u(t)$ .

Шаг 1. Пусть функция  $v_2(t)$  является вспомогательным законом управления в (10). Тогда определим  $v_2(t)$  в виде  $v_2(t) = U_1(t)$ . Так как функция  $\psi(y(t), u(t), f(t), y_M(t))$  не может быть измерена, то вспомогательный закон  $U_1(t)$  запишем следующим образом:

$$U_1(t) = -c_1\mu^{-1}e_1(t) + k_0v_1(t), \quad (11)$$

где  $c_1 > 0$  и  $\mu > 0$  – коэффициенты, выбираемые разработчиком.

Подставим (11) в (10):

$$\dot{e}_1(t) = -c_1\mu^{-1}e_1(t) + \psi(y(t), u(t), f(t), y_M(t)). \quad (12)$$

Шаг 2. Поскольку функция  $v_2(t)$  не является истинным законом управления, введем новую функцию ошибки  $e_2(t) = v_2(t) - U_1(t)$ . Учитывая (7), продифференцируем функцию  $e_2(t)$  по времени:

$$\dot{e}_2(t) = -k_1v_1(t) + v_3(t) - \dot{U}_1(t). \quad (13)$$

Пусть функция  $v_3(t)$  является вспомогательным законом управления в (13). Тогда определим  $v_3(t)$  в виде  $v_3(t) = U_2(t)$  и выберем  $U_2(t)$  следующим образом:

$$U_2(t) = -c_2e_2(t) + k_1v_1(t) + \hat{U}_1(t), \quad (14)$$

где  $c_2 > 0$  – коэффициент, выбираемый разработчиком;  $\hat{U}_1(t)$  – оценка сигнала  $\dot{U}_1(t)$ .

Подставим (14) в (13)

$$\dot{e}_2(t) = -c_2e_2(t) - \eta_1(t), \quad (15)$$

где  $\eta_1(t) = \dot{U}_1(t) - \hat{U}_1(t)$  – ошибка оценки.

Шаг  $i$  ( $3 \leq i \leq \rho-1$ ). Введем функцию ошибки  $e_i(t) = v_i(t) - U_{i-1}(t)$ . Продифференцируем функцию  $e_i(t)$  по времени с учетом (7):

$$\dot{e}_i(t) = -k_{i-1}v_1(t) + v_{i+1}(t) - \dot{U}_{i-1}(t). \quad (16)$$

Пусть функция  $v_{i+1}(t)$  является вспомогательным законом управления в (16). Тогда определим  $v_{i+1}(t)$  в виде  $v_{i+1}(t) = U_i(t)$  и выберем  $U_i(t)$  следующим образом

$$U_i(t) = -c_i e_i(t) + k_{i-1}v_1(t) + \hat{U}_{i-1}(t), \quad (17)$$

где  $c_i > 0$  – коэффициент, выбираемый разработчиком;  $\hat{U}_{i-1}(t)$  – оценка сигнала  $\dot{U}_{i-1}(t)$ .

Подставим (17) в (16)

$$\dot{e}_i(t) = -c_i e_i(t) - \eta_{i-1}(t), \quad (18)$$

где  $\eta_{i-1}(t) = \dot{U}_{i-1}(t) - \hat{U}_{i-1}(t)$  – ошибка оценки.

Шаг  $\rho$ . Введем функцию ошибки  $e_\rho(t) = v_\rho(t) - U_{\rho-1}(t)$ . Продифференцируем функцию  $e_\rho(t)$  по времени с учетом (7)

$$\dot{e}_\rho(t) = -k_{\rho-1}v_1(t) + u(t) - \dot{U}_{\rho-1}(t). \quad (19)$$

Выберем истинный закон  $u(t)$  следующим образом:

$$u(t) = -c_\rho e_\rho(t) + k_{\rho-1}v_1(t) + \hat{U}_{\rho-1}(t), \quad (20)$$

где  $c_\rho > 0$  – коэффициент, выбираемый разработчиком;  $\hat{U}_{\rho-1}(t)$  – оценка сигнала  $\dot{U}_{\rho-1}(t)$ .

Подставим (20) в (19)

$$\dot{e}_\rho(t) = -c_\rho e_\rho(t) - \eta_{\rho-1}(t), \quad (21)$$

где  $\eta_{\rho-1}(t) = \dot{U}_{\rho-1}(t) - \hat{U}_{\rho-1}(t)$  – ошибка оценки.

В силу предположения 4, приведенного в постановке задачи, сигналы  $\dot{U}_{i-1}(t)$ ,  $i = \overline{2, \rho}$  недоступны для измерения. Исходя из этого, на каждом шаге вводились оценки этих сигналов в виде функций  $\hat{U}_{i-1}(t)$ . Для реализации оценок производных сигналов  $U_{i-1}(t)$  воспользуемся наблюдателями

$$(\mu\rho + 1)\hat{U}_{i-1}(t) = pU_{i-1}(t), \quad i = \overline{2, \rho}. \quad (22)$$

Выпишем полученную систему управления

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{A}_0 \mathbf{v} + \mathbf{I}u; \quad U_1 = -c_1\mu^{-1}e_1 + k_0v_1; \quad U_i = -c_i e_i + k_{i-1}v_1 + \hat{U}_{i-1};$$

$$(\mu p + 1)\hat{U}_{i-1} = pU_{i-1}; \quad u = -c_p e_p + k_{p-1}v_1 + \hat{U}_{p-1}; \quad i = \overline{2, p}. \quad (23)$$

**Утверждение.** Пусть выполнены условия предположений 1–4. Тогда существуют числа  $c_i > 0$ ,  $i = \overline{1, p}$ , и  $\mu_0 > 0$ , такие, что при  $\mu \leq \mu_0$  алгоритм управления (23) обеспечивает выполнение целевого условия (3).

Доказательство утверждения аналогично доказательству утверждения в [15], так как структуры уравнений (12), (15), (18), (21) подобны структурам соответствующих уравнений в [15]. Идея доказательства сводится к приведению уравнений замкнутой системы (12), (15), (18), (21) к системе сингулярно-возмущенных дифференциальных уравнений с малым коэффициентом  $\mu$ . При  $\mu = 0$  имеем асимптотически устойчивую систему дифференциальных уравнений с определенным динамическим порядком, так как  $\mu\dot{\psi}(y(t), u(t), f(t), y_M(t)) = 0$  при  $\mu = 0$  из (12), а  $\dot{\psi}(y(t), u(t), f(t), y_M(t))$  содержит параметрические, структурные и внешние возмущения. Поскольку редуцированная система асимптотически устойчива, то существует  $\mu \leq \mu_0$ , при котором система будет диссипативной.

### Пример

Рассмотрим линейный стационарный объект управления (1) в виде

$$(q_3 p^3 + q_2 p^2 + q_1 p + q_0) y(t) = r_0 u(t) + f(t), \quad (24)$$

где параметры (24) принадлежат множеству  $\Xi$ , которое определено следующими интервалами:

$$-2 \leq q_2 \leq 2 \text{ (если } q_3 = 1\text{), } 1 \leq q_2 \leq 2 \text{ (если } q_3 = 0\text{), } -2 \leq q_1 \leq 2, \quad 1 \leq r_0 \leq 2,5.$$

Порядок дифференциального оператора  $R(p)$  и максимальный порядок дифференциального оператора  $Q(p)$  соответственно равны  $m=0$  и  $n=3$ . Максимальная относительная степень равна  $p=3$ .

Эталонную модель (2) зададим уравнением  $(p+1)^3 y_M(t) = r(t)$ .

Система управления (23) состоит из следующих устройств:

- фильтр состояния (7), заданный системой дифференциальных уравнений

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \\ \dot{v}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_0 & 1 & 0 \\ -k_1 & 0 & 1 \\ -k_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad (25)$$

где  $k_0 = 3$ ,  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = 1$ .

- вспомогательные  $U_1(t)$  и  $U_2(t)$  и основное  $u(t)$  управления вида

$$U_1(t) = -c_1 \mu^{-1} e_1(t) + k_0 v_1(t), \quad U_2(t) = -c_2 e_2(t) + k_1 v_1(t) + \hat{U}_1(t), \quad u(t) = -c_3 e_3(t) + k_2 v_1(t) + \hat{U}_2(t). \quad (26)$$

В уравнениях (26)  $e_1(t) = y(t) - y_M(t)$ ,  $e_2(t) = v_2(t) - U_1(t)$ ,  $e_3(t) = v_3(t) - U_2(t)$ . Выберем  $c_1 = 0,1$ ,  $c_2 = c_3 = 10$  и  $\mu = 0,01$ .

- наблюдатели (22)

$$\hat{U}_1(t) = \frac{p}{\mu p + 1} U_1(t), \quad \hat{U}_2(t) = \frac{p}{\mu p + 1} U_2(t). \quad (27)$$

Все начальные условия в системе управления (25)–(27) примем нулевыми.

На рис. 1 приведены результаты моделирования по ошибке слежения  $e_1(t)$  и управлению  $u(t)$  при следующих исходных данных в объекте управления:  $q_3 = 1$ ,  $q_2 = 2$ ,  $q_1 = -1$ ,  $q_0 = 0$ ,  $r_0 = 2,5$ ,  $f(t) = 2\sin 1,5t$  и эталонной модели:  $r(t) = 2,5\sin 0,8t$ .

Теперь рассмотрим объект управления (24) при  $q_3 = 0$ . Остальные параметры те же. На рис. 2 приведены результаты моделирования по ошибке слежения  $e_1(t)$ .

В заключение рассмотрим объект управления (24) с коэффициентами  $q_3 = 0$ ,  $q_2 = 0$ ,  $q_1 = 1$ ,  $q_0 = -1$ .

Остальные параметры те же. На рис. 3 приведены результаты моделирования по ошибке слежения  $e_1(t)$ .

Результаты моделирования показали робастность по отношению к параметрической неопределенности, внешнему возмущению и динамическому порядку модели объекта управления (24).

К недостаткам построения предлагаемой системы управления относится то, что при априорной неопределенности параметров объекта довольно сложно аналитически рассчитать параметры управляющего устройства. Однако это препятствие преодолевается путем моделирования системы, например, согласно алгоритму, приведенному в [18, 19]. Коэффициенты  $q_i$  выбираются наибольшими,  $r_0$  – наименьшими из множества  $\Xi$ . Задается возмущение  $f(t)$  с максимальной амплитудой  $\alpha$ . Коэффициенты  $k_i$  соответствуют коэффициентам полинома  $Q_0(\lambda)$ . Фиксируются некоторые значения  $c_i$ ,  $i = \overline{2, p}$  и  $\mu$ . Зна-

чение  $c_1$  выбирается из условия желаемого вида переходного процесса по ошибке слежения, т.е.  $\dot{e}_1(t) \approx -c_1\mu^{-1}e_1(t)$  при достаточно малом  $\mu$ . Если при выбранных значениях системы управления не обеспечивает требуемую точность регулирования, то уменьшается значение  $\mu$  до тех пор, пока не будет обеспечена заданная точность  $\delta$ . Если заданная точность  $\delta$  обеспечена, то при остальных параметрах из множества  $\Xi$  величина  $\delta$  будет меньше.

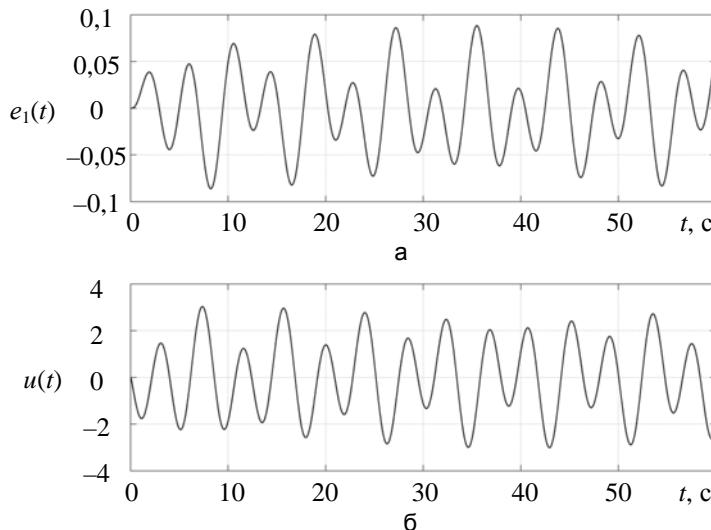


Рис. 1. Результаты моделирования по ошибке слежения (а) и управлению (б) при относительной степени объекта, равной 3

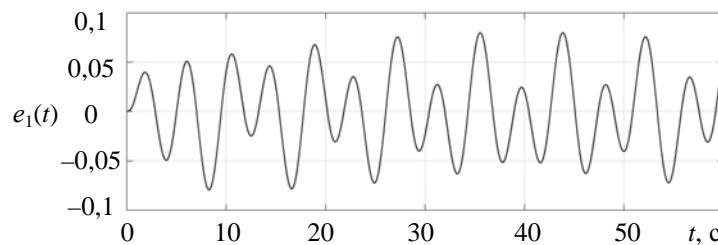


Рис. 2. Результаты моделирования по ошибке слежения при относительной степени объекта, равной 2

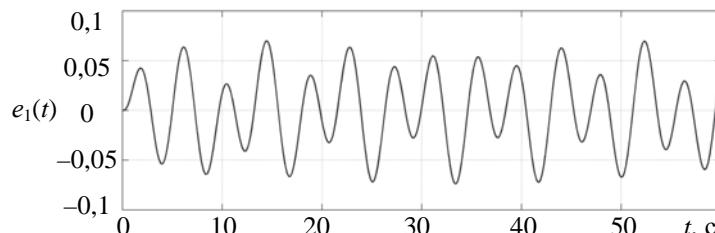


Рис. 3. Результаты моделирования по ошибке слежения при относительной степени объекта, равной 1

### Заключение

В работе предложен алгоритм линейного робастного управления, основанный на методе бэкстеппинга. Рассмотрено управление параметрически и структурно неопределенными линейными объектами с измеряемым скалярным выходом при наличии внешних возмущений.

В отличие от ранее известных методов, основанных на методе бэкстеппинга, здесь предложена система управления, робастная по отношения к структурным неопределенностям объекта управления. Это позволяет синтезировать единственную систему управления для объекта управления с неизвестным динамическим порядком.

### References

1. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nelineinoe i Adaptivnoe Upravlenie Slozhnymi Dinamicheskimi Sistemami* [Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems]. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000, 549 p.

2. Kokotovic P.V. The joy of feedback: nonlinear and adaptive. *IEEE Control Systems Magazine*, 1992, vol. 12, no. 3, pp. 7–17. doi: 10.1109/37.165507
3. Khalil H. *Nonlinear Systems*. 3<sup>rd</sup> ed. Upper Saddle River, Prentice Hall, 2002, 750 p.
4. Nikiforov V.O. Modified adaptive controllers for linear plants with improved parametric robustness and transient performance. *Proc. 4<sup>th</sup> European Control Conference*. Brussels, Belgium, 1997.
5. Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V., Morse A.S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, vol. 36, no. 11, pp. 1241–1253. doi: 10.1109/9.100933
6. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. Passivity and parametric robustness of new class of adaptive systems. *Automatica*, 1994, vol. 30, no. 11, pp. 1703–1716. doi: 10.1016/0005-1098(94)90073-6
7. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. Nonlinear design of adaptive controllers for linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, vol. 39, no. 4, pp. 738–752. doi: 10.1109/9.286250
8. Zheng Y.F., Yang Y.S. Adaptive output feedback control for class of nonlinear systems with unknown virtual control coefficients signs. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2007, vol. 21, no. 1, pp. 77–89. doi: 10.1002/acs.925
9. Freeman R.A., Kokotovic P.V. Design of softer robust nonlinear control laws. *Automatica*, 1993, vol. 29, no. 6, pp. 1435–1437. doi: 10.1016/0005-1098(93)90007-G
10. Chen W.S., Jiao L.C., Wu J.S. Decentralized backstepping output-feedback control for stochastic interconnected systems with time-varying delays using neural networks. *Neural Computing & Applications*, 2012, vol. 21, no. 6, pp. 1375–1390. doi: 10.1007/s00521-011-0590-x
11. Zhou J. Decentralized adaptive backstepping stabilization of interconnected systems with input time delays in dynamic interactions. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2012, vol. 26, no. 4, pp. 285–301. doi: 10.1002/acs.1281
12. Tong S.C., Li Y.M., Zhang H.G. Adaptive neural network decentralized backstepping output-feedback control for nonlinear large-scale systems with time delays. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, vol. 22, no. 7, pp. 1073–1086. doi: 10.1109/TNN.2011.2146274
13. Bresch-Pietri D., Chauvin J., Petit N. Adaptive backstepping for uncertain systems with time-delay on-line update laws. *Proc. 2011 American Control Conference*. San Fransisco, USA, 2011, pp. 4890–4897.
14. Furtat I.B. Modified algorithm of robust integrator backstepping. *Mekhantronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, no. 10, pp. 2–7. (In Russian)
15. Furtat I.B., Tupichin E.A. Control of nonlinear plant based on modified robust backstepping algorithm. *Proc. 2014 IEEE Int. Conf. on Control Applications, CCA 2014*. Antibes, France, 2014, pp. 941–946.
16. Tao G., Ioannou P.A. Model reference adaptive control for plants with unknown relative degree. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, vol. 38, no. 6, pp. 976–982. doi: 10.1109/9.222314
17. Hoagg J.B., Bernstein D.S. Direct adaptive command following and disturbance rejection for minimum phase systems with unknown relative degree. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2007, vol. 21, no. 1, pp. 49–75. doi: 10.1002/acs.945
18. Fradkov A.L. *Upravlenie v Slozhnykh Sistemakh* [Control of Complex Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1990, 296 p.
19. Tsykunov A.M. Robust control algorithms with compensation of bounded perturbations. *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 68, no. 7, pp. 1213–1224. doi: 10.1134/S0005117907070090

**Фуртат Игорь Борисович**

— доктор технических наук, доцент, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; ведущий научный сотрудник, Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация, cainenash@mail.ru

**Некоротих Артём Николаевич**

— студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, becks94@mail.ru

**Igor B. Furtat**

— D.Sc., Associate professor, Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; Leading scientific researcher, Institute of Problems of Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation, cainenash@mail.ru

**Artem N. Nekhoroshikh**

— student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, becks94@mail.ru