УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
май–июнь 2015 Том 15 № 3 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
May–June 2015 Vol. 15 No 3 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/en

УДК 330.47

О ВЫБОРЕ ЦЕН ПРИ ПРОДАЖЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

О.С. Иванова[a], С.А. Амелькин[a], А.М. Цирлин[a]

[a] Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт программных систем им. А.К. Айламазяна» РАН, Ярославская область, Переславский район, с. Веськово, 152021, Российская Федерация
Адрес для переписки: olety@yandex.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию 21.05.14, принята к печати 13.03.15
doi:10.17586/2226-1494-2015-15-3-517-524
Язык статьи – русский
Ссылка для цитирования: Иванова О.С., Амелькин С.А., Цирлин А.М. О выборе цен при продаже информационных ресурсов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 3. С. 517–524.

Аннотация
Рассмотрена проблема определения ценовой политики фирмы, реализующей на рынке информационный ресурс. Решена задача определения оптимальной зависимости цены информационного ресурса от времени для случая, когда фирма-продавец не имеет конкурентов на рынке, рынок насыщается, а покупатели не имеют возможности дальнейшего распространения ресурса. Получены условия оптимального выбора цены информационного ресурса. Для линейной функции спроса рассчитан максимально возможный доход фирмы, а также получены условия, определяющие продолжительность и объем продаж, обеспечивающих максимум среднего дохода фирмы. Задача оптимального выбора цен решена с использованием макросистемного подхода, что дало возможность свести ее к изопериметрическому виду. Показано, что оптимальная зависимость цены от времени для линейной функции спроса должна обеспечивать линейную возрастающую интенсивность продаж. Получены условия, при которых доход от продажи информационного ресурса положителен, определены зависимости между объемом и продолжительностью продаж, при которых средний доход за время продаж достигает своего максимума. Результаты приведены в безразмерном виде, что позволило сократить количество независимых параметров. Материалы работы могут найти применение при анализе ценообразования программного обеспечения и других информационных продуктов.

Ключевые слова
экономические системы, функция спроса, информационные ресурсы, необходимые условия оптимальности.

ON PRICE CHOICE AT SELLING OF INFORMATION RESOURCES

O.S. Inanova[a], S.A. Amelkin[a], A.M. Tsirlin[a]

[a] Program Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, Veskovo, 152021, Russian Federation
Corresponding author: olety@yandex.ru

Article info
Received 21.05.14, accepted 13.03.15
doi:10.17586/2226-1494-2015-15-3-517-524
Article in Russian
For citation: Inanova O.S., Amelkin S.A., Tsirlin A.M. On price choice at selling of information resources. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 3, pp. 517–524.

Abstract
The paper considers the problem of the pricing policy determination in the company, selling information resource at the market. The problem of the optimal price determination for an information resource is solved depending on the time for the case when the seller-company has no competitors in the market, the market is saturated, and buyers are not able to further spread of the resource. Conditions for the optimal choice of information resource price have been obtained; the maximum possible income of the company has been calculated for linear demand function, and conditions, determining the duration and volume of sales, providing the maximum of average income of the company, have been obtained as well. The problem of optimal price choice is solved by macrosystem approach that has made it possible to reduce it to the isoperimetric kind. It is shown that the optimal price dependence on time for a linear demand function should provide a linearly increasing rate of sales. Conditions have been derived under which the sales proceedings for an information resource are positive, relationship is determined between volume of sales and timeline at which the average income during the sales reaches its maximum. The results are given in dimensionless form, thereby reducing the number of independent parameters. These results are usable for the pricing analysis of software and other information products.

Keywords
economic systems, demand function, information resources, necessary optimality conditions.

Введение

Экономические системы состоят из большого числа элементарных агентов экономической деятельности, каждый из которых свободен в своих действиях и подчинен общим для совокупности таких агентов ограничениям. Экономические агенты (ЭА) потребляют и производят ресурсы. Между ними возникают потоки обмена товарными и денежными ресурсами. При этом каждый ЭА стремится максимизировать свою осознанную или неосознанную «полезность» (функцию благосостояния S), [1] за счет выбора выставляемого на продажу ресурса (товара или услуги), его цены, количества и стоимости. Если экономическая система изолирована от внешней среды, в результате таких обменов она приходит к некоторому стационарному состоянию [2–5].

Математические модели экономических систем основаны на использовании функции благосостояния [6].

Функция благосостояния каждого ЭА зависит от запаса материального ресурса Q и базисного ресурса (капитала) M [7]. Оценка $v(Q,M)$ ресурса ЭА равна той предельной цене, которую ЭА готов за этот ресурс заплатить (минимальной, по которой он готов его продать). Она связана с функцией благосостояния как

$$v(Q,M)=\left.\frac{\partial S}{\partial Q}\right/\frac{\partial S}{\partial M}.$$

Поток ресурса направлен от ЭА, у которого оценка меньше, к ЭА, у которого она больше. В стационарном состоянии в изолированной от окружения экономической системе устанавливается такое распределение ресурсов, при котором их оценки для всех ЭА одинаковы.

В открытой системе, включающей не менее двух экономических резервуаров, т.е. ЭА, оценки которых не меняются при продаже или покупке части ресурса, устанавливаются стационарные потоки ресурсообмена $m_{ij}(v_i,v_j)$. При этом запасы ресурсов распределяются так, чтобы величина

$$\sigma=\sum_{ij} m_{ij}(v_i,v_j)\,(v_i-v_j)$$

(диссипация капитала) была минимальна [8, 9]. При обмене с экономическим резервуаром или с фирмой, устанавливающей цены продаж p, потоки ресурсообмена могут зависить не от оценок, а от цен ресурсов. В этом случае зависимости $m_i(p_i)$ называют функциями спроса, если i-й ЭА покупает ресурс у фирмы, или предложения, если ЭА продает ресурс.

Все упомянутые выше модели ресурсообмена справедливы для материальных ресурсов.

В последние годы все большую долю рынка занимает продажа информационных ресурсов (программное обеспечение (ПО), записи кинофильмов, книг и пр.). Во многих высокотехнологичных товарах основную часть стоимости составляет разработанное для них ПО, которое продается вместе с компьютерами, мобильными телефонами и т.д. [10].

Информационные ресурсы отличаются от материальных ресурсов, и эти отличия необходимо учитывать при решении задач ресурсообмена. Среди особенностей, отличающих информационные ресурсы, выделим следующие:

– неразрушающий характер их потребления (продавец не теряет информации при продаже);
– в процессе использования ресурс не изнашивается. Происходит лишь его моральное старение;
– покупатель не является исключительным владельцем информации (кроме лицензий, патентов и ноу-хау).

Информацию стали повсеместно рассматривать как экономическую ценность, но действующие правила платного предоставления информации отличаются от законов торговли классическими товарами [11, 12]. Эти отличия обусловливают необходимость изменения условий ценообразования при продаже информационного ресурса: в процессе ресурсообмена количество такого ресурса в экономической системе возрастает, что приводит к снижению его ценности и насыщению рынка. В таких условиях цена на информационный ресурс должна меняться со временем, а значит, необходимо найти такой закон изменения цены, чтобы обеспечить максимум дохода продавца за весь период реализации информационного ресурса.

В данной работе рассмотрена задача оптимизации цены информационного ресурса по мере снижения спроса в связи с насыщением рынка [13–15].

Постановка задачи

Рассмотрим ситуацию, когда продавец (фирма) является единственным владельцем информационного ресурса и покупатели не имеют возможности ее копирования и дальнейшей перепродажи. Имеется рынок с заданным числом потенциальных покупателей n_0. Обозначим через m интенсивность продаж. Эта величина зависит от цены товара p. Будем называть зависимость $m(p)$ функцией спроса.

На функцию спроса m, кроме цены p, влияет и число покупателей $n(t)$, купивших ресурс к моменту времени t. Чем ниже цена, тем больше число покупателей готово его приобрести, и наоборот. Максимальную цену продажи, при которой спрос на ресурс становится нулевым, обозначим p_0. Второй фактор – число покупателей $n(t)$, уже купивших товар. Чем оно больше, тем, с одной стороны, товар становится более популярным, а с другой стороны, рынок насыщается. Так что зависимость спроса от числа проданных экземпляров информационного продукта может быть различной [16–17].

Поскольку тиражирование информационных ресурсов не требует дополнительных затрат, то можно в качестве критерия оптимальности выбрать доход продавца. Это значит, что продавец, управляя ценами, стремится максимизировать свой доход. Отсюда вытекает задача выбора оптимальной цены продажи информационных ресурсов с учетом насыщения рынка [18–20]. Под информационным ресурсом будем понимать некий программный продукт (ПО).

Формализация задачи

Функцию спроса m, которую предполагаем известной, обозначим как $m(p,n)$. Эта функция положительна для всех $p < p_0$ и равна нулю при достижении максимальной цены p_0.

Постановка задачи. Продать за заданное время τ N экземпляров продукта так, чтобы получить максимальный доход П:

$$\Pi = \int_0^\tau p(t)m(p,t)dt \to \max_p . \qquad (1)$$

Число проданных программ изменяется в соответствии с уравнением

$$\frac{dn}{dt} = m(p,n), \quad n=0, \quad n(\tau)=N, \quad 0 \le t \le \tau . \qquad (2)$$

Решение задачи. С учетом того, что насыщение рынка происходит монотонно, $\frac{dn}{dt} > 0$, можно путем замены переменных перейти от задачи с условием в виде дифференциального уравнения к изопериметрической задаче, которую будем решать традиционным методом Лагранжа [21]. Проведем замену переменной:

$$dt = \frac{dn}{m(p,n)}, \quad t(0)=0, \quad t(N)=\tau .$$

При этом задача (1), (2) примет вид

$$\Pi = \int_0^N p(n)dn \to \max_p \qquad (1a)$$

при условии

$$\int_0^N \frac{dn}{m(p,n)} = \tau . \qquad (3)$$

Решим задачу (1a), (3) с интегральным критерием оптимальности и интегральным ограничением методом Лагранжа [2]. Подынтегральное выражение функционала Лагранжа для невырожденного решения (λ не равно нулю) имеет вид

$$L = p - \frac{\lambda}{m(p,n)} \to \max_p \min_\lambda . \qquad (4)$$

Выражение (4) представляет собой текущий доход с учетом ограничений по времени.

Необходимые условия оптимальности при отсутствии ограничений на p и непрерывной и непрерывно дифференцируемой по p функции спроса приводят к требованию стационарности функции L:

$$\frac{\partial L}{\partial p} = 0 \to 1 + \frac{\lambda \frac{\partial m}{\partial p}}{m^2(p,n)} = 0 .$$

Отсюда получим условия оптимального выбора цены продажи в зависимости от числа n проданных экземпляров продукта:

$$m(p,n) = \sqrt{-\lambda \frac{\partial m}{\partial p}} . \qquad (5)$$

Это равенство совместно с условием (3) определяет λ^* и $p^*(n)$.

Максимальная прибыль зависит от объема N ресурса, намеченного к продаже, от продолжительности продаж τ и вида функции $m(n, p)$. На примере покажем характер этой зависимости.

Пример. Рассмотрим задачу оптимальной продажи информационного ресурса (ПО), задав функцию спроса в форме

$$m(n, p) = \alpha(p_0 - p)(n_0 - n), \qquad (6)$$

где – постоянная, p_0 – максимальная цена, при которой спрос отсутствует; n_0 – общее число потенциальных покупателей.

Экономический смысл (6) заключается в следующем:
- при любом n функция спроса линейна;
- чем больше n, тем меньше потенциальных покупателей;
- $\alpha(p_0-p)$ – кривая индивидуального спроса.

С учетом того, что для функции спроса (6)

$$\frac{\partial m}{\partial p}=\alpha\left(n_0-n\right),$$

условие оптимальности (5) примет вид

$$\alpha\left(p_0-p\right)\left(n_0-n\right)=\sqrt{\alpha\lambda\left(n_0-n\right)},$$

откуда

$$p+\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha\left(n_0-n\right)}}=p_0.$$

Так как α, λ – константы, то для любого n оптимальная цена удовлетворяет требованию

$$p^*(n)=p_0-\frac{A}{\sqrt{\left(n_0-n\right)}},\tag{7}$$

где A – константа. Из условия (3) найдем константу A, которая зависит от τ:

$$\int_0^N\frac{dn}{\alpha A\sqrt{n_0-n}}=\tau\to\frac{-2\sqrt{n_0-n}+2\sqrt{n_0}}{\alpha A}=\tau\to A=\frac{2\left(\sqrt{n_0}-\sqrt{n_0-N}\right)}{\alpha\tau}.$$

Подставив получившееся выражение в (7), получим оптимальную зависимость цены от степени насыщения рынка $p^*(n)$:

$$p^*(n)=p_0-\frac{2\left(\sqrt{n_0}-\sqrt{n_0-N}\right)}{\alpha\tau\sqrt{n_0-n}}.\tag{8}$$

Представление результатов. Для удобства представления результатов введем безразмерные величины:
- безразмерная цена $\tilde{p}^*=\dfrac{p^*}{p_0}$;
- безразмерное количество проданного ПО $\tilde{n}=\dfrac{n}{n_0}$;
- безразмерное количество проданного ПО за все время продаж $\tilde{N}=\dfrac{N}{n_0}$;
- безразмерная продолжительность процесса купли-продажи $\tilde{\tau}=\alpha p_0\tau$;
- безразмерная интенсивность продаж $\tilde{m}=\dfrac{m}{\alpha p_0 n_0}$;
- безразмерный средний доход $\tilde{\pi}=\dfrac{\Pi}{\alpha n_0 p_0^2\tau}$.

Тогда выражение (8) в безразмерном виде запишется как

$$\tilde{p}^*(\tilde{n})=p_0-\frac{2\left(1-\sqrt{1-\tilde{N}}\right)}{\tilde{\tau}\sqrt{1-\tilde{n}}}.$$

Соответствующий оптимальной цене доход рассчитывается в соответствии с выражением

$$\tilde{\pi}^*(\tilde{n})=\frac{1}{\tilde{\tau}}p_0\int_0^N\tilde{p}^*(\tilde{n})d\tilde{n}=\frac{\tilde{N}}{\tilde{\tau}}-\left(2\frac{1-\sqrt{1-\tilde{N}}}{\tilde{\tau}}\right)^2.\tag{9}$$

Виды зависимостей $\tilde{p}^*(\tilde{n})$ и $\tilde{\pi}^*$ при различных значениях $\tilde{N}$ показаны на рис. 1, 2.

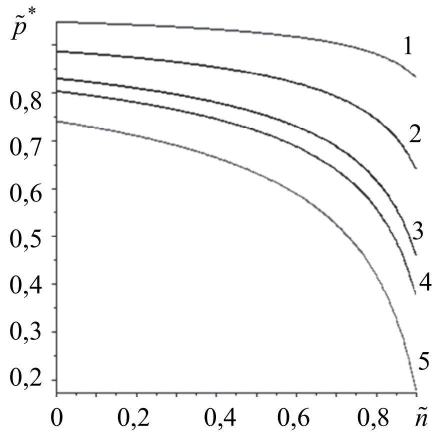

Рис. 1. Зависимость оптимальной цены от величины продаж при: $N = 0{,}05, \tau = 0{,}95$ (1); $N = 0{,}1, \tau = 0{,}9$ (2); $N = 0{,}1, \tau = 0{,}6$ (3); $N = 0{,}13, \tau = 0{,}16$ (4); $N = 0{,}17, \tau = 0{,}9$ (5)

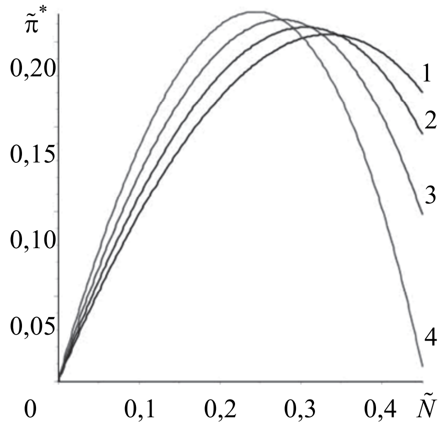

Рис. 2. Зависимость максимального среднего дохода от предельной насыщенности рынка: $\tau = 0{,}6$ (1); $\tau = 0{,}7$ (2); $\tau = 0{,}8$ (3); $\tau = 0{,}9$ (4)

Определение оптимального изменения цены во времени

Чтобы найти изменение цены во времени, решим уравнение (1) для примера (6), в котором $p(n)$ определено выражением (8):

$$\frac{dn}{dt} = m(n, p) = A\alpha\sqrt{n_0 - n}\ .$$

Решение этого уравнения приводит к равенству

$$2\left(\sqrt{n_0} - \sqrt{n_0 - n}\right) = A\alpha t\ ,$$

откуда $\sqrt{n_0 - n} = \left(\frac{\tau - t}{\tau}\right)\sqrt{n_0} + \frac{t}{\tau}\sqrt{n_0 - N}$. Подставляя полученное выражение в (8), получаем выражение

$$p^*(n) = p_0 - \frac{2}{\alpha}\frac{\left(\sqrt{n_0} - \sqrt{n_0 - N}\right)}{\left(\tau - t\right)\sqrt{n_0} + t\sqrt{n_0 - n}}\ . \tag{10}$$

Подставляя (10) в (6) получаем линейную зависимость интенсивности продаж от времени:

$$m^* = \frac{2}{\tau}\left(\left(2\frac{t}{\tau} - 1\right)\sqrt{n_0}\left(\sqrt{n_0} - \sqrt{n_0 - N}\right) + \frac{t}{\tau}N\right)$$

или, в безразмерном виде, с учетом того, что $\tilde{t} = \alpha p_0 t$, а значит, $\frac{\tilde{t}}{\tilde{\tau}} = \frac{t}{\tau} = \tilde{\vartheta}$,

$$\tilde{p}^*(\tilde{n}) = 1 - \frac{2\left(1 - \sqrt{1 - \tilde{N}}\right)}{\left(\tilde{\tau} - \tilde{t}\right) + \tilde{t}\sqrt{1 - \tilde{n}}}; \quad \tilde{m}^* = \frac{2}{\tilde{\tau}}\left(\left(2\tilde{\vartheta} - 1\right)\left(1 - \sqrt{1 - \tilde{N}}\right) + \tilde{\vartheta}\tilde{N}\right).$$

Таким образом, в рассмотренном примере оптимальная цена продаж изменяется так, чтобы интенсивность продаж $m^*(t)$ была линейно возрастающей функцией времени.

Определение оптимального количества продаж

В предыдущих разделах мы считали величины N и τ заданными. Вместе с тем, бизнес-план продаж должен обосновывать эти величины как планируемый общий объем продаж и продолжительность жизненного цикла продукта. Определим вначале соотношение между N и τ, при выполнении которых доход фирмы будет положительным, а затем найдем условия, максимизирующие доход. Для расчетов будем использовать функцию спроса (6), а сами расчеты выполним в безразмерном виде.

Из (9) следует, что доход будет положительным при выполнении условия

$$\frac{\tilde{N}}{\tilde{\tau}} > \left(2\frac{1-\sqrt{1-\tilde{N}}}{\tilde{\tau}}\right)^2.$$

Выражая отсюда $\tilde{N}$, получим, что при $\tilde{N} \in \left(0, \frac{16\tilde{\tau}}{\left(\tilde{\tau}+4\right)^2}\right)$ доход фирмы будет положительным.

Для определения максимального дохода при фиксированной продолжительности продаж решим уравнение

$$\frac{\partial \tilde{\pi}^*}{\partial \tilde{N}} = 0. \tag{11}$$

Решение этого уравнения приводит к требованию $\tilde{N} = 1 - \frac{4}{\left(4+\tilde{\tau}\right)^2}$, которое определяет величину общих продаж для каждого значения $\tilde{\tau}$, обеспечивающее максимальный доход $\tilde{\pi}_1^{**} = \frac{1}{4+\tilde{\tau}}$.

Для определения максимального дохода при фиксированном объеме продаж решим уравнение

$$\frac{\partial \tilde{\pi}^*}{\partial \tilde{\tau}} = 0. \tag{12}$$

Решение этого уравнения приводит к равенству $\tilde{N} = \frac{16\tilde{\tau}}{\left(8+\tilde{\tau}\right)^2}$ или $\tilde{\tau} = \frac{\left(1-\sqrt{1-\tilde{N}}\right)^2}{\tilde{N}}$, что соответствует доходу $\tilde{\pi}_2^{**} = \frac{3\tilde{N}^2}{32\left(1-\sqrt{1-\tilde{N}}\right)^2}$. Графики решений уравнений (11), (12) показаны на рис. 3.

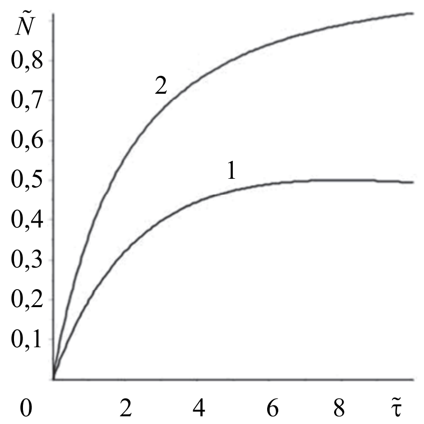

Рис. 3. Зависимости между объемом и продолжительностью продаж:
решение $\tilde{N} = 1 - \left(\frac{4}{4+\tilde{\tau}}\right)^2$ (1); решение $\tilde{N} = 1 - \left(\frac{16\tilde{\tau}}{\tilde{\tau}+8}\right)^2$ (2)

Заключение

Продажа информационных ресурсов характеризуется тем, что тиражирование этого ресурса может быть осуществлено без существенных дополнительных затрат. Это приводит к увеличению объема ресурса в ходе процессов его распространения, к насыщению рынка. Функция спроса в этом случае зависит от степени насыщения рынка, т.е. от количества ресурса, приобретенного пользователями. При работе на таком рынке требуется оптимальным образом изменять цену ресурса, что позволит получить наибольший доход. Оптимальным правилом изменения цен при функции спроса, заданной выражением (6), является следующее: надо так снижать цену на информационный ресурс, чтобы обеспечить в течение всего времени продаж линейную возрастающую интенсивность продаж. При известной функции спроса, которую можно найти аппроксимацией данных эксперимента, полученные условия позволяют выбрать оптимальное изменение цены продаж в функции число проданных экземпляров информационного ресурса, а также оптимальную продолжительность продаж.

При дальнейших исследованиях следует учесть конкуренцию продавцов, возможность «пиратского» тиражирования полученного ресурса и другие факторы.

Литература

1. Gilanyi Z., Martinas K. An irreversible economic approach to the theory of production // Open Systems and Information Dynamics. 2000. V. 7. N 4. P. 365–374.
2. Цирлин А.М. Оптимизационная термодинамика экономических систем. М.: Научный мир, 2011. 198 с.
3. Розоноэр Л.И. Обмен и распределение ресурсов (обобщенный термодинамический подход I // Автоматика и телемеханика. 1973. № 5. С. 115–132.
4. Розоноэр Л.И. Обмен и распределение ресурсов (обобщенный термодинамический подход II // Автоматика и телемеханика. 1973. № 6. С. 65–79.
5. Розоноэр Л.И. Обмен и распределение ресурсов (обобщенный термодинамический подход III // Автоматика и телемеханика. 1973. № 8. С. 82–103.
6. Brody A. Physical (Phenomenological) Economics? (a semi-centennial for J. Von Neumann and W. Leontief) // Acta Oeconomica. 1989. V. 41. N 3–4. P. 257–266.
7. Martinas K. Irreversible Microeconomics. In: Complex Systems in Natural and Economic Sciences. Eds. K. Martinas, M. Moreau. Budapest, ELFT, 1996. 114 p.
8. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. М.: Наука, 1974. 481 с.
9. Амелькин С.А., Мартинаш К., Цирлин А.М. Задачи оптимального управления необратимыми процессами в термодинамике и микроэкономике // Автоматика и телемеханика. 2002. № 4. С. 3–25.
10. Липаев В.В. Технико-экономическое обоснование проектов сложных программных систем. М.: СИНТЕГ, 2004. 284 с.
11. Ежова Л.Ф. Информационный маркетинг: учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2002. 560 с.
12. Мурашова С.В. Научные предпосылки менеджмента интеллектуальной собственности в решении задач инновационного развития России // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 2 (78). С. 117–119.
13. Бовин А.А., Чередникова Л.Е. Интеллектуальная собственность: экономический аспект. Москва-Новосибирск: ИНФРА-М – НГАЭиУ, 2001. 216 с.
14. Волынец-Руссет Э.Я. Коммерческая реализация изобретений и ноу-хау (на внешних и внутренних рынках): учебник. М.: Юристъ, 1999. 325 с.
15. Колесников С. Из истории автоматизации методологий управления предприятия // Открытые системы. СУБД. 1999. № 4. С. 44–50.
16. Игошин Ф.Ю. Процесс, методы и стратегические принципы ценообразования в книжной торговле // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2006. № 1 (24). С. 323–326.
17. Сахаров А.А. Концепции построения и реализации информационных систем, ориентированных на анализ данных // Системы управления базами данных. 1996. № 4. С. 55–70.
18. Семенов М.И., Трубилин И.Т., Лойко В.И., Барановская Т.П. Автоматизированные информационные технологии в экономике. М.: Финансы и статистика, 2002. 416 с.
19. Манн Р., Майер Э. Контроллинг для начинающих. М.: Финансы и статистика, 2004. 208 с.
20. Цирлин А.М. Оптимальное управление технологическими процессами. М.: Энергоатомиздат, 1986. 400 с.
21. Высшая математика для экономистов. Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ, 2001. 471 с.

Иванова Ольга Сергеевна – инженер, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт программных систем им. А.К. Айламазяна» РАН, Ярославская область, Переславский район, с. Веськово, 152021, Российская Федерация, olety@yandex.ru

Амелькин Сергей Анатольевич – кандидат технических наук, руководитель ИЦ СА, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт программных систем им. А.К. Айламазяна» РАН, Ярославская область, Переславский район, с. Веськово, 152021, Российская Федерация, sam@sam.botik.ru

Цирлин Анатолий Михайлович – доктор технических наук, профессор, заместитель директора, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт программных систем им. А.К. Айламазяна» РАН, Ярославская область, Переславский район, с. Веськово, 152021, Российская Федерация, tsirlin@sarc.botik.ru

Olga S. Ivanova	–	engineer, Program Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, Veskovo, 152021, Russian Federation, olety@yandex.ru
Sergei A. Amelkin	–	PhD, Head of System Analysis Research Center, Program Systems Institute of Russian Academy of Sciences, Veskovo, 152021, Russian Federation, sam@sam.botik.ru
Anatoly M. Tsirlin	–	D.Sc., Professor, Deputy director for scientific work, Program Systems Institute of Russian Academy of Sciences, Veskovo, 152021, Russian Federation, tsirlin@sarc.botik.ru